

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

**ОДЕСЬКА ДЕРЖАВНА АКАДЕМІЯ
БУДІВНИЦТВА ТА АРХІТЕКТУРИ**

БРАЦЛОВ О.Ю.

ІНЖЕНЕРНА ГЕОМЕТРІЯ

*Підручник
для студентів
вищих навчальних закладів*

КИЇВ «КАРАВЕЛА» 2017

УДК 621.91.011
+515.2:518.62

Гриф надано
МОНМС України
(лист №1/11-15297 від
01.10.2012 р.)

Рецензенти:

А.В. Грішин, доктор технічних наук, професор, проректор по науковій роботі Одеської державної академії будівництва та архітектури;

О.Ф. Дашенко, доктор технічних наук, професор, Заслужений діяч науки й техніки України, лауреат Державної премії України, директор Інституту машинобудування Одеського національного політехнічного університету;

В.Ф. Семенюк, доктор технічних наук, професор, академік Підйомно-транспортної академії наук України, декан Німецького технічного факультету Одеського національного політехнічного університету.

**Б 53 БРАІЛОВ О. Ю. ІНЖЕНЕРНА ГЕОМЕТРІЯ.
ПІДРУЧНИК. – КИЇВ: КАРАВЕЛА, 2017. – 516 с. [МАЛ. 243]**

У підручнику викладаються теоретичні та методичні аспекти створення параметричної геометричної моделі виробу для побудови креслення. Доповнені автором закони проєкційних зв'язків дозволяють вирішувати геометричні завдання в кожному з восьми октантів. Запропонована універсальна структура формальних алгоритмів розв'язку позиційних, метричних і аксонометричних задач, а також розв'язку задачі побудови розгортки криволінійної поверхні. Розв'язання кожного базового інженерного завдання супроводжується побудовою та взаємно однозначним перетворенням двовимірних і тривимірних геометричних моделей виробу. Кожний крок алгоритму відображається в знаковій (семіотичній) моделі розв'язання інженерного завдання. Комплексна комбінація геометричних моделей і семіотичної моделі формує розуміння суті досліджуваного явища.

для студентів, магістрів, аспірантів, докторантів, викладачів технічних університетів і академій, а також інженерів-практиків.

© О.Ю. Браїлов, 2017

ISBN 978-966-2229-74-5

© Видавництво «Каравела», 2017

ЗМІСТ

РЕКОМЕНДАЦІЯ	12
ПЕРЕДМОВА	13
ВСТУП	19
Нарисна геометрія.....	19
Предмет, мета та задачі нарисної геометрії.....	19
Види геометричних образів та фігур.....	21
Визначник геометричного образу.....	21
1. МЕТОД ПРОЕКЦІЮВАННЯ. АПАРАТ І ОПЕРАЦІЇ ПРОЕКЦІЮВАННЯ	22
2. ВИДИ ПРОЕКЦІЮВАННЯ. ЦЕНТР ПРОЕКЦІЮВАННЯ	24
2.1. Центральне (конічне) проєкціювання.....	24
2.2. Паралельне (циліндричне) проєкціювання.....	25
2.3. Властивості центрального (конічного) проєкціювання.....	27
2.4. Властивості паралельного (циліндричного) косокутного проєкціювання.....	29
2.5. Властивості паралельного (циліндричного) прямокутного (ортогонального) проєкціювання.....	31
3. СТВОРЕННЯ КОМПЛЕКСНОГО КРЕСЛЕННЯ. ОКТАНТИ. МЕТОД ГАСПАРА МОНЖА	34
3.1. Поняття октанта.....	34
3.2. Суть методу Гаспара Монжа.....	36

4. ГЕОМЕТРИЧНІ МОДЕЛІ ТА АНАЛІТИЧНА МОДЕЛЬ ТОЧКИ.....	37
4.1. Закони проєкційних зв'язків.....	40
4.2. Класифікація точок.....	41
Контрольні питання до першого інформаційного блоку.....	42
5. ГЕОМЕТРИЧНІ ТА АНАЛІТИЧНІ МОДЕЛІ ПРЯМОЇ ЛІНІЇ.....	43
5.1. Класифікація прямих ліній.....	44
5.2. Способи завдання відрізка та визначники прямої лінії.....	44
5.3. Геометрична модель прямої лінії загального положення.....	45
5.4. Особливості комплексного креслення прямої лінії загального положення.....	45
5.5. Геометричні моделі прямої лінії рівня.....	47
5.5.1. Геометрична модель горизонтальної прямої лінії рівня та властивості цієї моделі.....	48
5.5.2. Геометрична модель фронтальної прямої лінії рівня та властивості цієї моделі.....	49
5.5.3. Геометрична модель профільної прямої лінії рівня та властивості цієї моделі.....	51
5.5.4. Особливості комплексного креслення прямої лінії рівня.....	52
5.6. Геометричні моделі проєкціуючої прямої лінії.....	53
5.6.1. Геометрична модель горизонтально проєкціуючої прямої лінії та властивості цієї моделі.....	54

5.6.2. Геометрична модель фронтально проєкціуючої прямої лінії та властивості цієї моделі.....	56
5.6.3. Геометрична модель профільно проєкціуючої прямої лінії та властивості цієї моделі.....	57
5.6.4. Особливості комплексного креслення проєкціуючої прямої лінії.....	59
5.7. Аналітичні моделі прямої лінії.....	59
6. ГЕОМЕТРИЧНІ ТА АНАЛІТИЧНІ МОДЕЛІ ПЛОЩИНИ.....	61
6.1. Класифікація площин.....	61
6.2. Способи завдання площини на комплексному кресленні. Визначники площини.....	62
6.3. Геометрична модель площини загального положення.....	63
6.4. Особливості комплексного креслення площини загального положення.....	64
6.5. Геометричні моделі площини рівня.....	65
6.5.1. Геометрична модель горизонтальної площини рівня та властивості цієї моделі.....	66
6.5.2. Геометрична модель фронтальної площини рівня та властивості цієї моделі.....	68
6.5.3. Геометрична модель профільної площини рівня та властивості цієї моделі.....	70
6.5.4. Особливості комплексного креслення площини рівня.....	72
6.6. Геометричні моделі проєкціуючої площини.....	73

6.6.1. Геометрична модель горизонтально проєкціуючої площини та властивості цієї моделі.....	74
6.6.2. Геометрична модель фронтально проєкціуючої площини та властивості цієї моделі.....	76
6.6.3. Геометрична модель профільно проєкціуючої площини та властивості цієї моделі.....	78
6.6.4. Особливості комплексного креслення проєкціуючої площини.....	80
6.7. Аналітичні моделі площини.....	81
6.8. Головні лінії площини.....	82
Контрольні питання до другого інформаційного блоку.....	84
7. ГЕОМЕТРИЧНІ ТА АНАЛІТИЧНІ МОДЕЛІ ПОВЕРХНІ.....	86
7.1. Способи створення, способи опису та відображення, класифікація поверхонь.....	86
7.2. Контур та обрис поверхні. Спосіб завдання поверхні на комплексному кресленні.....	90
7.3. Лінійчасті розгортні поверхні з однією напрямною лінією.....	91
7.4. Лінійчасті нерозгортні поверхні з двома напрямними лініями та площиною паралелізму.....	97
7.5. Лінійчасті нерозгортні поверхні з трьома напрямними лініями.....	102
7.6. Гвинтові поверхні.....	104
7.7. Поверхні обертання та їх аналітичні моделі.....	107
7.8. Ознака належності точки поверхні.....	112
Контрольні питання до третього інформаційного блоку.....	112

8. ПОЗИЦІЙНІ ЗАДАЧІ	115
8.1. Поняття й класифікація позиційних задач.....	115
8.2. Поняття конкуруючих точок. Правило визначення видимості конструктивних елементів виробу.....	116
8.3. Взаємне розташування, належність і перетинання однотипних лінійних геометричних образів.....	116
8.3.1. Взаємне розташування, належність (збіг) точок. Правило визначення видимості конкуруючих точок.....	117
8.3.2. Взаємне розташування, належність і перетинання прямих ліній.....	122
8.3.3. Взаємне розташування, належність і перетинання площин.....	129
8.4. Взаємне розташування, належність і перетинання різнотипних лінійних геометричних образів.....	133
8.4.1. Взаємне розташування, належність (збіг) точки та прямої лінії.....	133
8.4.2. Взаємне розташування, належність (збіг) точки та площини.....	135
8.4.3. Взаємне розташування, належність і перетинання прямої лінії та площини.....	138
8.5. Взаємне розташування, належність (збіг) точки та поверхні.....	142
8.6. Застосування ознак інцидентності геометричних образів для розв'язання інженерних задач.....	147
8.6.1. Задача про належність прямої лінії площині (задача 1).....	147

8.6.2. Задача про належність точки площині (задача 2).....	150
8.6.3. Задача про паралельні площини (задача 3).....	155
8.7. Взаємний перетин геометричних образів.....	164
8.7.1. Класифікація позиційних задач про взаємний перетин геометричних образів.....	164
8.7.2. Поняття та критерій вибору посередника для позиційних задач.....	165
8.7.3. Алгоритм розв'язання позиційних задач про взаємний перетин геометричних образів.....	166
8.7.4. Побудова точки перетину прямої лінії та площини (задачі 4, 5). Перша основна позиційна задача нарисної геометрії.....	171
8.7.5. Побудова лінії перетину двох площин (задача 6). Друга основна позиційна задача нарисної геометрії.....	191
8.7.6. Побудова точок перетину прямої лінії та поверхні (задача 7).....	204
8.7.7. Побудова лінії перетину площини та поверхні (задача 8).....	214
8.7.8. Побудова лінії перетину двох поверхонь (задачі 9, 10, 11).....	227
Контрольні питання до четвертого інформаційного блоку.....	267
9. МЕТРИЧНІ ЗАДАЧІ.....	269
9.1. Теорема про проекцію прямого кута.....	270
9.2. Розв'язання метричних задач без перетворення комплексного креслення.....	272

9.2.1. Перпендикулярність прямих ліній (задачі 12, 13)...	272
9.2.2. Перпендикулярність прямої лінії та площини (задача 14).....	277
9.2.3. Перпендикулярність двох площин.....	279
9.2.4. Кути між прямими лініями.....	280
9.2.5. Кут між прямою лінією та площиною (задача 15)...	280
9.2.6. Кут між площинами.....	287
9.3. Розв'язання метричних задач перетворенням комплексного креслення.....	289
9.3.1. Класифікація методів перетворення комплексного креслення геометричного образу.....	289
9.3.2. Методи перетворення комплексного креслення для непорушного геометричного образу.....	291
9.3.2.1. Метод заміни площин проекцій із введенням площин і осей координат поза геометричним образом та його проекціями (задача 16).....	291
9.3.2.2. Метод заміни площин проекцій із введенням площин і осей координат через елементи геометричного образу та його проекції. Метод прямокутного трикутника (задача 17)....	297
9.3.2.3. Алгоритм багаторазового застосування методу заміни площин проекцій.....	300
9.3.3. Методи перетворення комплексного креслення при змінюваному (рухливому) положенні геометричного образу в просторі.....	305
9.3.3.1. Метод обертання геометричного образу навколо прямої лінії (осі) загального положення.....	305

9.3.3.2. Метод обертання геометричного образу навколо прямої лінії, перпендикулярної до площини проєкцій. Метод обертання геометричного образу навколо проєкціуючої осі, (задача 18).....	307
9.3.3.3. Метод обертання геометричного образу навколо прямої лінії рівня (задача 19).....	310
9.3.3.4. Метод суміщення площини загального положення із площинами проєкцій обертанням навколо головних ліній (задача 20).....	317
9.3.3.5. Метод плоскопаралельного переміщення (задача 21).....	328
Контрольні питання до п'ятого інформаційного блоку.....	335
10. РОЗГОРТКИ ПОВЕРХОНЬ.....	337
10.1. Основні властивості розгортання.....	337
10.2. Ознака розгортання поверхні.....	338
10.3. Загальний принцип, метод і алгоритм побудови розгортки криволінійної поверхні.....	339
10.4. Способи побудови розгорток.....	343
10.5. Розгортка конусів і пірамід (задача 22).....	344
10.6. Розгортка циліндрів і призм (задача 23).....	350
Контрольні питання до шостого інформаційного блоку.....	362
11. АКСОНОМЕТРИЧНІ ПРОЕКЦІЇ.....	363
11.1. Проекційне креслення. Вимоги до проекційного креслення та його побудови.....	363
11.2. Принципи побудови креслення.....	364
11.3. Визначення аксонометрії.....	366

11.4. Суть методу, апарат і операції аксонометричного проєкціювання.....	366
11.5. Властивості аксонометричних проєкцій.....	368
11.5.1. Наочність аксонометрії.....	368
11.5.2. Оборотність аксонометрії.....	369
11.5.3. Вимірність аксонометрії.....	372
11.6. Теорема Польке-Шварца.....	374
11.7. Класифікація аксонометричних проєкцій.....	375
11.8. Стандартні види аксонометричних проєкцій.....	378
11.8.1. Прямокутна ізометрія.....	378
11.8.2. Прямокутна диметрія.....	386
11.8.3. Косокутна фронтальна ізометрія.....	401
11.8.4. Косокутна фронтальна диметрія.....	404
11.8.5. Косокутна горизонтальна ізометрія.....	407
11.9. Алгоритм побудови аксонометрії.....	410
Контрольні питання до сьомого інформаційного блоку.....	420
ВИСНОВКИ	422
ЛІТЕРАТУРА	432
ДОДАТОК	440

РЕКОМЕНДАЦІЯ

Однією з найважливіших дисциплін у професійній підготовці інженера є "Інженерна графіка". Теоретична основа інженерної графіки — це інженерна геометрія.

Головна відмінність та гідність підручника доктора технічних наук, старшого наукового співробітника, професора Браїлова Олександра Юрійовича полягає в тому, що кожне теоретичне положення геометрії розглядається як комплексне розв'язання прямої і зворотної задачі нарисної геометрії.

Кожне розв'язання базового інженерного завдання супроводжується побудовою взаємно однозначних тривимірних і двовимірних моделей геометричних образів.


Запропонована загальна універсальна структура алгоритму розв'язання позиційних, метричних, аксонометричних задач і задачі побудови розгортки криволінійної поверхні. Кожний крок алгоритму відображається в знаковій (семіотичній) моделі розв'язання інженерного завдання.

Доповнені закони проєкційних зв'язків дозволяють будувати геометричні образи в кожному з восьми октантів.

Розроблений загальний підхід до розв'язання типових геометричних інженерних задач відповідає на виклик сучасних вимог, дозволяє, в умовах обмежених ресурсів, ефективно освоювати зростаючий обсяг знань і суттєво впливає на підвищення якості підготовки фахівців.

Дана робота становить інтерес для студентів, магістрів, аспірантів, докторантів, викладачів технічних університетів і академій, а також інженерів-практиків.

Президент Української асоціації прикладної геометрії,
заслужений діяч науки України,
академік АН вищої освіти України,
академік АН будівництва України,
доктор технічних наук,
професор



Всеволод Євдокимович Михайленко

ПЕРЕДМОВА

Запропонований підручник буде корисний студентам, магістрам, аспірантам, докторантам і викладачам в силу ряду сформованих умов і об'єктивних причин [1-19].

1. Загальний рівень математичних знань випускника середньої школи не дозволяє йому самостійно зрозуміти та вивчити основи нарисної геометрії [20-23].

2. Із програми середньої школи виключений предмет "Креслення" [21, 24, 25, 39, 41, 48, 59, 63, 69, 70].

При цій умові у студента першого курсу не сформовані, в достатньому ступені, необхідні для вивчення інженерної графіки образне мислення, просторове сприйняття та навички розв'язання завдань із необхідним рівнем абстракції [26-38, 40-47].

3. У новій освітній професійній програмі (ОПП) з інженерної графіки у два рази зменшена кількість аудиторних годин роботи викладача зі студентами [49].

Як наслідок, основна вага навчання [50-74] переноситься на самостійну роботу студента (СРС).

4. У більшості студентів першого курсу недостатньо сформовані навички *самостійної підготовки* до лекцій, практичних і лабораторних занять. Як наслідок, викладач витрачає час на обов'язковий контроль якості "незасвоєного" студентами матеріалу та повторне його пояснення, а не на формування *нових* знань, умінь і навичок.

У ситуації обмеженого аудиторного часу ефективність та час викладу *нового* матеріалу знижуються. Таким чином, протягом семестру, при постійно зростаючій складності матеріалу, знижується і якість засвоєння предмета.

5. У підручниках з інженерної графіки, на наш погляд, недостатньо використовуються досягнення сучасних комп'ютерних наук і технологій, що полегшують вивчення предмета при названих вище умовах [75-94].

У зв'язку зі скороченням аудиторних годин для навчання інженерній графіці та розвитком комп'ютерних технологій [95-105] виникало запитання: "Чи потрібна нарисна геометрія?".

Так. На нашу думку, нарисна геометрія необхідна, оскільки вона є базою розвитку інженерної геометрії [84-89].

Існування практичної потреби у вивченні нарисної геометрії, як основи інженерної геометрії, доводиться в такий спосіб.

Дійсно, олівець і папір на провідних підприємствах замінює більш досконалий інструмент – комп'ютер. Однак комп'ютер усього лише інструмент інженера та замінити фахівця не може [90-94].

Для ефективного проектування інженерові необхідно знати закони проекційних зв'язків і властивості геометричних образів, мати просторове уявлення й образне сприйняття, володіти навичками взаємно однозначного перетворення двовимірних і тривимірних геометричних моделей виробу, тобто вміти розв'язувати пряму й зворотну задачі нарисної геометрії [84-89].

Ці необхідні фахівцеві знання, уміння та навички в значній мірі формуються на заняттях з нарисної геометрії. Без цих знань і вмінь ефективно конструювання складних виробів навіть із використанням комп'ютера неможливо, оскільки кінцеві розв'язки ухвалює людина [90-105].

Тому ми вважаємо нарисну геометрію основою інженерної геометрії. На розвиток інженерної геометрії впливають теорія алгоритмів, теорія знаків (семіотика), теорія інформаційних технологій, абстрактна алгебра, теорія абстрактних просторів, теорія множин, відносин і відображень та інші науки.

Таким чином, нормативна фундаментальна дисципліна "Інженерна графіка" повинна складатися із трьох розділів:

1. *Інженерна* геометрія.
2. *Інженерне* креслення (геометричне, проекційне, технічне, машинобудівне, будівельне й т. п.).
3. *Інженерна* комп'ютерна графіка.

Теоретична основа курсу інженерної графіки — *інженерна геометрія* [10, 89, 103-105].

Необхідність написання підручника з інженерної геометрії пояснюється також наступними *причинами*.

1. Для більш глибокого та адекватного розуміння геометричної суті досліджуваного явища виклад теоретичних основ інженерної графіки повинен здійснюватися як єдине розв'язання прямої і зворотної задач нарисної геометрії.

2. Для побудови двовимірних і тривимірних геометричних моделей виробу в кожному з восьми октантів закони проєкційного зв'язку повинні бути сформульовані на базі необхідного й достатнього набору істотних ознак.

3. Для розвитку просторового уявлення й образного сприйняття аналіз геометричних моделей ряду образів необхідно виконати системно, з єдиних позицій, викладаючи в повному обсязі їх властивості та особливості на трьохпроєкційному комплексному кресленні. Наприклад, геометричні моделі головних ліній площини на двохпроєкційному комплексному кресленні не дозволяють адекватно представити розв'язання зворотної задачі нарисної геометрії.

Ознаки паралельності та перетину прямих ліній повинні вивчатися окремо для геометричних образів загального й окремих положень.

4. Для формування вміння адекватного читання креслень необхідно розробити систему правил визначення видимості вихідних геометричних образів та конструктивних елементів виробу для прямої задачі та зворотної задачі нарисної геометрії.

5. Для полегшення засвоєння курсу та формування навичок самостійної роботи студентів повинна бути запропонована універсальна структура алгоритмів розв'язання позиційних, метричних і аксонометричних задач, а також розв'язання задачі побудови розгортки криволінійної поверхні.

Таким чином, вирішення проблем, обумовлених даними причинами, дозволить підвищити рівень розуміння студентами досліджуваного предмета.

Про це свідчать результати практичних занять: студенти правильно розв'язують задачі за відведений час.

У запропонованому підручнику зазначені причини усуваються викладом доповнених автором *законів* проекційних зв'язків, структурованих формальних *алгоритмів* розв'язання позиційних, метричних і аксонометричних задач, а також розв'язання задачі побудови розгортки криволінійної поверхні.

Кожне теоретичне положення розглядається при розв'язанні *базового практичного завдання*.

Розв'язання кожного базового завдання супроводжується побудовою та взаємно однозначним перетворенням *двовимірних і тривимірних* геометричних моделей виробу.

Запропонована система правил визначення видимості образів на основі апарата конкуруючих точок.

Кожен крок алгоритму відбивається в знаковій (*семіотичний*) моделі розв'язання інженерного завдання.

Структура запропонованих алгоритмів розв'язання задач восьмого, дев'ятого, десятого й одинадцятого розділів підручника універсальна. Це полегшує студентові самостійне розв'язання *нових* задач різних типів.

Мета запропонованого підручника довести, що вдосконалювання методики навчання інженерної геометрії (нарисної геометрії) підвищить ефективність вивчення предмета в цілому.

Даний підручник є результатом двадцятисемирічного досвіду викладання автора на кафедрі "Нарисна геометрія та інженерна графіка" Одеського національного політехнічного університету й кафедрі "Нарисна геометрія та інженерна графіка" Одеської державної академії будівництва та архітектури.

Підручник складається з рекомендації президента Всеукраїнської асоціації прикладної геометрії, передмови, вступу, висновку, літератури, додатка й одинадцяти розділів:

1. Метод проєкціювання. Апарат і операції проєкціювання.
2. Види проєкціювання. Центр проєкціювання.
3. Створення комплексного креслення. Октанти. Метод Гаспара Монжа.

4. Геометричні моделі та аналітична модель точки.
5. Геометричні та аналітичні моделі прямої лінії.
6. Геометричні та аналітичні моделі площини.
7. Геометричні та аналітичні моделі поверхні.
8. Позиційні задачі.
9. Метричні задачі.
10. Розгортка поверхонь.
11. Аксонометричні проєкції.

Усі розділи згруповані в сім логічних інформаційних блоків. Перший, другий, третій і четвертий розділи об'єднані в перший інформаційний блок. П'ятий і шостий розділи об'єднані в другий інформаційний блок. Сьомий, восьмий, дев'ятий, десятий і одинадцятий розділи є відповідно третім, четвертим, п'ятим, шостим і сьомим інформаційними блоками.

До кожного інформаційного блоку складені контрольні питання.

У підручнику на основі викладених теоретичних положень інженерної геометрії запропоновані та детально проаналізовані розв'язання двадцяти трьох базових завдань.

Докладний виклад застосування основних закономірностей і використання властивостей моделей геометричних образів у розв'язанні базових інженерних завдань дозволяє успішніше освоїти теоретичну частину курсу інженерної графіки.

У підручнику узагальнений багаторічний досвід роботи автора, як на рівні теорії (лекційний курс), так і на методичному рівні формування навичок виконання конструкторських документів і володіння комп'ютерними технологіями. Синтез теоретичних і методичних знань формує фахівця, здатного відповідати на виклик сучасної техніки й технологій.

Автор висловлює щире подяку й вдячність за моральну підтримку, ради та цінні зауваження професорам: Сухорукову Ю.М., Подкоритову А.М., Михайленку В.Є., Ваніну В.В., Ковальову С.М., Сазонову К.О., Ковальову Ю.М., Астахову В.П., Радзевічу С.П., Пилипаці С.Ф., Перелешіній В.П., Айрикіяну А.Л., Джугуряну Т.Г., Дашенко О.Ф., Семенюку В.Ф., Дорофєєву В.С., Грішину А.В., Клименку Є.В., Коврову А.В.,

Несвідоміну В.М., Уреньову В.П., Крутію Ю.С.,
Максимову М.В., Маслову О.В., Косенку С.І.

Особливу подяку автор висловлює кандидатові філософських наук, доцентові Кит Н.В. за співробітництво в редагуванні рукопису.

Щиру вдячність автор висловлює кандидатові технічних наук, доцентові Давидову В.О. за редагування фотографій макетів геометричних образів та інженерам Панченко В.І., Устянському В.А. за технічну допомогу в підготовці рукопису до чергового виправленого та доповненого видання.

Колегам по кафедрі, академії та університету автор дякує за відкрите бажання поділитися досвідом і знаннями, делікатність і тактовність, чуйність і увагу до вирішення виявлених проблем.

Автор буде вдячний доброзичливому читачеві за поради та зауваження, які дозволять підвищити якість книги.

Близьким, улюбленим і дорогим для мене людям, присвячується!